

УДК 368:519.86

DOI: <https://doi.org/10.32782/2520-2200/2020-5-22>**Цеслів О.В.**кандидат технічних наук, доцент
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**Tsesliv Olga**National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"**ПОБУДОВА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
АНАЛІЗУ ЕФЕКТИВНОСТІ СТАРТАПІВ****CONSTRUCTION OF ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODEL
TO ANALYZE THE EFFICIENCY OF STARTUPS**

Стаття присвячена розробленню економіко-математичної моделі оцінки інвестиційних ризиків стартап-проектів на основі теорії нечітких множин. Новизною роботи є визначення показника ступеня ризику проекту, який залежить від критерія ефективності проекту. Виведено залежність показника ступеня ризику проекту від значення критерія ефективності проекту. Використання методів нечітких множин дасть змогу оцінити рівень стійкого прогнозування фінансових потоків, які генеруються проектом залежно від варіантів важливих вхідних параметрів проекту. Досліджено актуальні проблеми оцінювання складних інвестиційних проектів в умовах ризику та невизначеності; визначено критерії, які впливають на вартість стартапу. Оцінено можливість задоволення необхідних значень цих критеріїв. Модель може бути використана як інвесторами, так і підприємцями.

Ключові слова: інвестиції, оцінка вартості, нечіткі множини, ризику, дисконтування.

Статья посвящена разработке экономико-математической модели оценки инвестиционных рисков стартап-проектов на основе теории нечетких множеств. Новизной работы является определение показателя степени риска проекта, который зависит от критерия эффективности проекта. Выведена зависимость показателя степени риска проекта от значения критерия эффективности проекта. Использование методов нечетких множеств позволит оценить уровень устойчивого прогнозирования финансовых потоков, генерируемых проектом в зависимости от вариантов важных входных параметров проекта. Исследованы актуальные проблемы оценивания сложных инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности; определены критерии, влияющие на стоимость стартапа. Оценена возможность удовлетворения необходимых значений этих критериев. Модель может быть использована как инвесторами, так и предпринимателями.

Ключевые слова: инвестиции, оценка стоимости, нечеткие множества, риски, дисконтирование.

The article is devoted to developing an economic and mathematical model for startup projects investment risks assessing based on the theory of fuzzy sets. Currently, an important part of the development of Ukraine's economy is startup projects. As the digital economy grows rapidly, startups have begun to emerge – small companies that build their business on the latest innovative ideas using advanced modern information technology. Startups are an enterprise with high risk. The issue of startups effectiveness evaluating is not sufficiently addressed and classical analytical methods cannot always be used, especially for tasks with uncertainty. Therefore, it is advisable to use fuzzy modeling where fuzzy variables that reflect uncertainty are constructed using the fuzzy set method. The research methodology is based on projects of commercial efficiency analysis. The main financial indicators of the project are the net present value and internal rate of return. When conducting evaluations, project indicators were used as fuzzy parameters. For this purpose, membership functions are constructed, which establish the belonging degree to a fuzzy set. The trapezoid is selected as the function type and the parameters that correspond to the pessimistic, basic and optimistic scenarios are set. As a result of research, the economic and mathematical model for investment projects risk amount calculation is offered. It is proved that fuzzy set theory is one of the most effective mathematical theories aimed at processing indefinite information, which integrates known approaches and methods. The novelty of the work is the definition of the risk degree of the project, which depends on the criterion of project effectiveness. The dependence of the project risk indicator on the project efficiency criterion value is derived in the paper. The use of fuzzy set methods allows estimating the forecasting level of financial flows generated by the project depending on the important input parameters of the project options. The paper investigates the current problems of complex investment projects evaluating in terms of risk and uncertainty; it defines criteria that affect the cost of the startup. The possibility of satisfying the required values of these criteria is assessed. The model can be used by both investors and entrepreneurs.

Key words: investments, valuation, fuzzy sets, risks, discounting.

Постановка проблеми. У статті необхідно дослідити методики оцінювання складних інвестиційних проектів в умовах ризику та невизначеності. Слід розробити економіко-математичну модель для оцінювання інвестиційних ризиків стартап-проектів з використанням теорії нечітких множин. Доцільно визначити критерії, які впливають на вартість стартапу, а також оцінити необхідні значення цих критеріїв. Варто визначити показник ступеня ризику проекту залежно від ефективності критерія проекту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Нині питання оцінки ефективності стартапів опрацьовано недостатньо, не завжди можна використовувати класичні аналітичні методи, особливо для задач із невизначеністю.

Питаннями дослідження інноваційного розвитку підприємств займалися такі вчені, як Стівен Бланк [1], Бред Фелд [2], Джейсон Мендельсон [2]. Наукові дослідження з розроблення економіко-математичних моделей аналізу ефективності стартапів потребують певного вдосконалення.

Отже, доцільно використовувати нечітке моделювання. За допомогою методу нечітких множин будуються нечіткі змінні, які відображають невизначеність [3, с. 40; 4, с. 224; 5, с. 3; 6, с. 657]. Основна ідея застосування цього апарату полягає в тому, що будь-який економічний показник трактується як інтервальний, задається не конкретним числом, а деяким проміжком, у вигляді нечіткої множини. Це відповідає ситуації, коли досить точно відомі лише межі значень показника, в яких

він може змінюватися, але при цьому відсутня будь-яка кількісна або якісна інформація про можливість чи ймовірності реалізації різних його значень усередині заданого інтервалу.

Моделям, побудованим на нечіткій логіці, властива можливість адаптації до мінливих умов ринку [8, с. 160].

Метою дослідження є розроблення методики оцінювання інвестиційних ризиків стартап-проекту на основі теорії нечітких множин в умовах ризику та невизначеності.

Виклад основного матеріалу дослідження. Реалізацію математичної моделі розглянемо на конкретному прикладі. Нехай початкова інвестиція становить близько 7–10 млн. грн. Дослідження проекту проведемо на основі чистої приведеної вартості та внутрішньої прибутковості. Чиста приведена вартість NPV – різниця між наведеними грошовими доходами й величиною початкових витрат (1):

$$NPV = -I + \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{(1+r)^k} \quad (1)$$

де I – обсяг первинних інвестицій; V_k – оборотне сальдо надходжень і платежів (прибуток) в k -му періоді; n – число періодів; r – ставка дисконтування в k -му періоді.

Визначимо показники проекту як нечіткі параметри. Для цього побудуємо для них функції належності, які встановлюють ступінь належності нечіткій множині. Виходячи з виразу (1), визначимо змінні, які представимо в нечіткій формі. Це початкова інвестиція I , прибуток V , ставка дисконтування r .

Виберемо межі зміни досліджуваних показників. Визначимо для них функції належності у вигляді трапецієвидної функцій. Створимо множини α -рівня. Будуючи множини α -рівня, отримуємо наближене розкладання нечіткої множини. Використовуючи операції над α -рівнями, знайдемо NPV і отримуємо наближене розкладання нечіткої множини NPV за рівнями α . Фактично побудуємо функцію належності для NPV , яку будемо досліджувати.

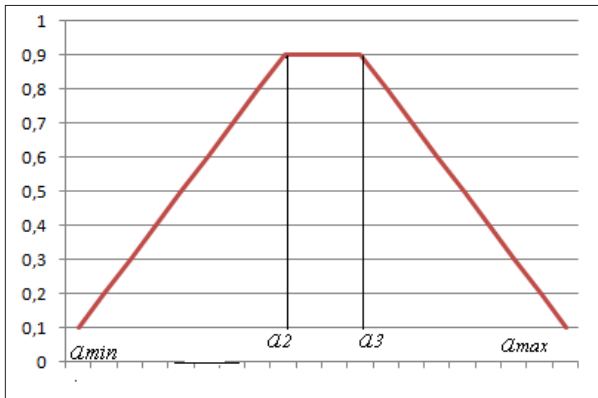


Рис. 1. Графік функцій належності трапецієвидної форми

Трапецієвидне нечітке число записується у вигляді $A = (a_{min}, a_2, a_3, a_{max})$. Елементи множини A однозначно знаходяться у діапазоні $[a_{min}, a_{max}]$, а діапазон $[a_2, a_3]$ – це відрізок толерантності (інтервал стійкості), тобто елементи множини A приблизно дорівнюватимуть будь-якому числу з цього відрізка. Аргументи $a_{min}, a_2, a_3, a_{max}$ називають значущими точками нечіткого числа A . Під час опису економічної моделі за допомогою трапецієвидних нечітких чисел значущі точки можна інтерпретувати як песимістичний, найбільш імовірний на відріжку та оптимістичний сценарії розвитку ситуації.

Передбачається, що початкова інвестиція становить 7–10 млн. грн., задаємо множину I числовими параметрами $I = (7; 8; 9; 10)$.

Задаємо множину прибутків числовими параметрами $V = (4; 4,5; 5,5; 6)$. Для ставок дисконтування $r < 21,5\%$ проект є прибутковим, оскільки чиста теперішня вартість $NPV > 0$. Для ставки дисконтування $r = 21,5\%$ доходи від проекту дорівнюють інвестиційним витратам. Це максимально можлива ставка дисконту, за якої можна інвестувати кошти без втрат. Виберемо ставку дисконтування r у межах від 12% до 21% з вірогідним значенням 17%. Задаємо множину числовими параметрами $r = (0,12; 0,14; 0,18; 0,21)$. Трапецієвидна функція належності загалом може бути задана аналітично таким виразом:

$$f_T(x; a_{min}; a_2; a_3; a_{max}) = \begin{cases} 0, & x < a_{min} \\ \frac{x - a_{min}}{a_2 - a_{min}}, & a_{min} \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \geq x \geq a_3 \\ \frac{a_{max} - x}{a_{max} - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_{max} \\ 0, & a_{max} \leq x \end{cases} \quad (2)$$

де $a_{min}; a_2; a_3; a_{max}$ – деякі числові параметри, які приймають довільні дійсні значення й впорядковані відношенню

Аналогічно побудовані функції належності для I, R . Далі будемо наближене розкладання нечітких множин I, V, r по α -рівнях. Розраховуємо межі множин I, V, r при заданому значенні α (інтервали достовірності). Вибираємо 10 рівнів α на відрізку $[0,1]$: $\alpha \in \{0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$.

Для розрахунку інтервалів достовірності при заданому значенні α_i вирішуються рівняння такого вигляду:

$$I(x)_i = \alpha_i, V(x)_i = \alpha_i, r(x)_i = \alpha_i.$$

Інтервали достовірності представляються у вигляді матриць з елементами $I\alpha_{ij}, V\alpha_{ij}, R\alpha_{ij}$ ($i = 1...10; j = 1,2$).

Використовуючи матриці інтервалів достовірності $I\alpha, V\alpha, r\alpha$, знайдемо функцію $NPV\alpha(I\alpha, V\alpha, r\alpha)$ за формулою (3):

$$NPV\alpha(I\alpha, V\alpha, r\alpha) = -I\alpha + \sum_{k=1}^n \frac{V\alpha}{(1+r\alpha)^k} \quad (3)$$

Функція NPV має трапецієвидний вигляд, при цьому $NPV_{min} = 0,571, NPV_{max} = 0,958, NPV_{2,3} = 0,9$. $NPV_3 = NPV_{min}$ – песимістичний сценарій, NPV_{max} – оптимістичний сценарій. NPV_2, NPV_3 – базові значення. Отримані розрахунки значень NPV представлені на рис. 2.

Результати розрахунків записуємо в табл. 1.

Таблиця 1

Матриці $I\alpha, V\alpha, r\alpha$

| | IL | IR | VL | VR | rL | rR |
|----|------|------|------|------|-------|-------|
| 0 | 4 | 10 | 4 | 6 | 0,12 | 0,21 |
| 1 | 4,15 | 9,85 | 4,1 | 5,9 | 0,125 | 0,206 |
| 2 | 7,3 | 9,7 | 4,2 | 5,8 | 0,13 | 0,202 |
| 3 | 7,45 | 9,55 | 4,3 | 5,7 | 0,135 | 0,198 |
| 4 | 7,6 | 9,4 | 4,4 | 5,6 | 0,14 | 0,194 |
| 5 | 7,75 | 9,25 | 4,5 | 5,5 | 0,145 | 0,19 |
| 6 | 7,9 | 9,1 | 4,6 | 5,4 | 0,15 | 0,186 |
| 7 | 8,05 | 8,95 | 4,7 | 5,3 | 0,155 | 0,182 |
| 8 | 8,2 | 8,8 | 4,8 | 5,2 | 0,16 | 0,178 |
| 9 | 8,35 | 8,65 | 4,9 | 5,1 | 0,165 | 0,174 |
| 10 | 8,5 | 8,5 | 5 | 5 | 0,17 | 0,17 |

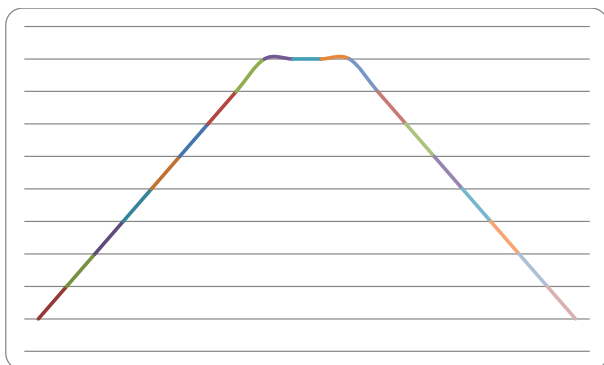


Рис. 2. Графік функцій NPV

Нечіткі числа є досить зручним способом моделювання економічних процесів з неоднорізними, ймовірнісними параметрами. Під час використання нечітких множин формула розрахунку NPV трансформується таким чином:

$$[NPV_{min}, NPV_2, NPV_3, NPV_{max}] = -[I_{min}, I_2, I_3, I_{max}] + \sum_{k=1}^n \frac{[V_{min}, V_2, V_3, V_{max}]}{(1 + [R_{min}, R_2, R_3, R_{max}])^k} \quad (4)$$

Внаслідок розрахунків ми отримуємо трапецієвидне нечітке значення показника $NPV = (NPV_{min}, NPV_2, NPV_3, NPV_{max})$.

Проект є прибутковим, якщо NPV більше заданого інвесторами критерія W, де W – оцінка ризику інвестицій, тобто визначення критеріїв, за яких результуюче значення інвестиційного процесу NPV буде нижче встановленого граничного рівня.

Нехай W – вибране граничне значення. В цій задачі з нечіткими змінними оцінимо можливість події $NPV < W$, що визначає ризик того, що проект виявиться неефективним.

Оскільки результатом розрахунку NPV є нечітке число, то можливі такі варіанти його співвідношення з критерієм ефективності W.

Зазначені площі фігур можуть бути знайдені різними шляхами. У найзагальнішому вигляді площа фігури на інтервалі $[a_{min}, W]$ являє собою певний інтеграл від функції, що обмежує фігуру зверху:

$$S_{(a_2, a_{min})} = \int_{a_{min}}^W \mu_{лів} dx \quad (5)$$

де $\mu_{лів}$ – функція, що описує ліву сторону функції належності трапецієвидного нечіткого числа NPV.

Оскільки графіком функції належності трапецієвидного нечіткого числа є трапеція, то для отримання рівняння функції $\mu_{лів}$ скористаємося формулою прямої, що проходить через дві точки:

$$\frac{\mu_{лів} - \mu_2}{\mu_2 - \mu_{min}} = \frac{x - a_2}{a_2 - a_{min}}$$

Знаючи, що $\mu_{лів} = 0$ в точці $x = a_{min}$ і $\mu_{лів} = 1$ при $x = a_2$, ми можемо отримати таке рівняння графіка функції $\mu_{лів}$:

$$\mu_{лів} = \frac{x - a_2}{a_2 - a_{min}}, \quad (6)$$

Тепер, знаючи функцію, ми можемо обчислити площу фігури:

$$S_{(a_{min}, W)} = \int_{a_{min}}^W \mu_{лів} dx = \frac{(W - a_{min})}{2(a_2 - a_{min})}, \quad (7)$$

Значення площі всієї області можливих значень NPV можна обчислити значно простіше, якщо згадати, що графіком функції власності є трапеція:

$$S_{(a_{min}, a_{max})} = \frac{(a_{max} - a_2) + (a_3 - a_2)}{2} \quad (8)$$

Отже, зараз ми можемо отримати розрахункову формулу показника ризику при $a_{min} < W \leq a_2$:

$$R = \frac{(W - a_{min})}{(a_2 - a_{min})(a_{max} - a_{min})(a_2 - a_2)} \quad (9)$$

При $a_2 < W \leq a_3$ ступінь ризику R буде визначатися за аналогією з попереднім випадком (рис. 3 (в)):

$$R = \frac{S_{(a_{min}, a_2)} + S_{(a_2, W)}}{S_{(a_{min}, a_{max})}},$$

де R – показник ступеня ризику проекту; $S_{(a_{min}, a_2)} + S_{(a_2, W)}$ – площа області неефективних

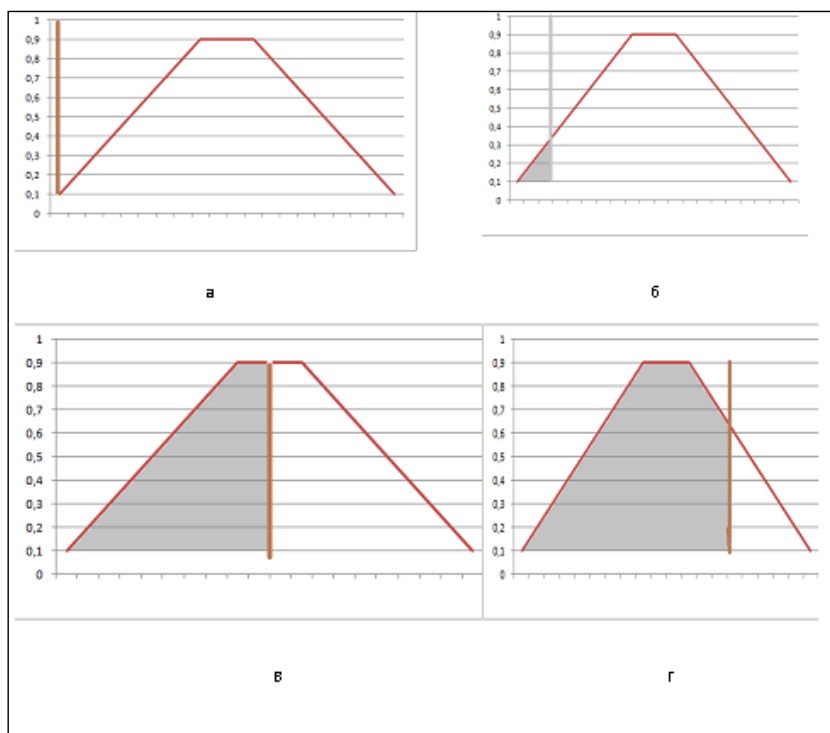


Рис. 3. Визначення ступеня ризику проекту

інвестицій; $S_{(N_1, N_4)}$ – площа області можливих значень NPV.

$$S_{(a_{\min}, a_2)} = \frac{a_2 - a_{\min}}{2}, \quad (10)$$

Формула показника ризику при $a_2 < W \leq a_3$ є такою:

$$R = \frac{(2W) - a_2 - a_{\min}}{(a_{\max} - a_{\min}) + (a_3 - a_2)}, \quad (11)$$

Коли $a_3 < W \leq a_{\max}$, ступінь ризику R буде визначатися за аналогією з попереднім випадком (рис. 3 (г)):

$$R = \frac{S_{(a_{\min}, a_2)} + S_{(a_2, a_3)} + S_{(a_2, W)}}{S_{(a_{\min}, a_{\max})}}, \quad (12)$$

де R – показник ступеня ризику проекту; $S_{(a_{\min}, a_2)} + S_{(a_2, a_3)} + S_{(a_2, W)}$ – площа області неефективних інвестицій; $S_{(a_{\min}, a_{\max})}$ – площа області можливих значень NPV.

У разі $a_{\max} \leq W$ весь отриманий діапазон значень NPV однозначно менше оцінного критерія W , а це говорить про те, що ризик такого проекту становить 100%, тобто $R=1$.

У підсумку для всіх описаних випадків ми можемо записати таку систему рішень, яка значною мірою спрощує механізм розрахунку ризиків інвестиційних проєктів:

$$R = \begin{cases} 0, & W \leq a_{\min}, \\ \frac{(W - a_{\min})^2}{(a_2 - a_{\min})((a_{\max} - a_{\min}) + (a_3 - a_2))}, & a_{\min} < W \leq a_3, \\ \frac{(2W) - a_2 - a_{\min}}{(a_{\max} - a_{\min}) + (a_3 - a_2)}, & a_2 < W \leq a_3, \\ 1 - \frac{(a_{\max} - W)^2}{(a_{\max} - a_3)((a_{\max} - a_{\min}) + (a_3 - a_2))}, & a_3 < W \leq a_{\max}, \\ 1, & a_{\max} \leq W, \end{cases} \quad (13)$$

де a_{\min} – нижня межа інтервалу значень NPV; a_2 – крайня ліва межа інтервалу стійкості (толерантності) значень NPV; a_3 – крайня права межа інтервалу стійкості (толерантності) значень NPV; a_{\max} – верхня межа інтервалу значень NPV; W – критерій ефективності проєкту.

Таким чином, ми отримали модель, за допомогою якої можна розрахувати ризики інвесто-

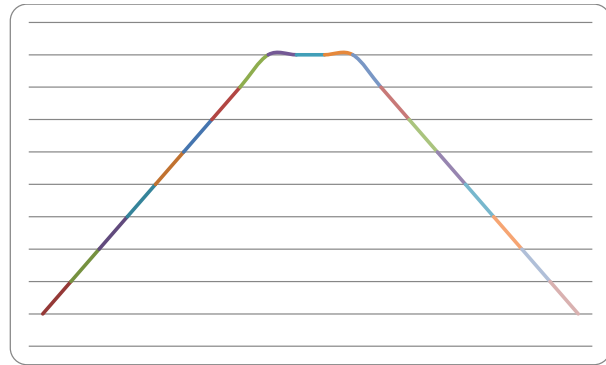


Рис. 4. Розрахунок ефективності стартап-проєкту для інвесторів

рів під час вкладення коштів у стартап-проєкти. Варто відзначити, що ця модель розраховує оцінки ризику інвестування у стартап-проєкт для інвестора залежно від критерія ефективності стартапу. Розраховано показник, нижче значення якого проєкт буде вважатися не вигідним для інвестора.

Висновки з проведеного дослідження.

У статті проаналізовано методики оцінювання складних інвестиційних проєктів. Оскільки питання оцінки ефективності стартапів опрацьовано недостатньо, не завжди можна використовувати класичні аналітичні методи, особливо для задач із невизначеністю, тому доцільно використовувати нечітке моделювання.

У статті розроблено економіко-математичну модель розрахунку інвестиційних ризиків стартап-проєкту на основі теорії нечітких множин. Доведено, що теорія нечітких множин є однією з найбільш ефективних математичних теорій, спрямованих на оброблення невизначеної інформації, яка інтегрує відомі підходи й методи.

Визначено критерії, які впливають на вартість стартапу. Розраховано показник ступеня ризику проєкту залежно від ефективності критерія проєкту. Розроблена модель може бути використана як інвесторами, так і підприємцями.

Список використаних джерел:

- Blank S., Dorf B. The Startup Owner's Manual: The Step-By-Step Guide for Building a Great Company (DIATEINO) Paperback, 2012. 608 p.
- Feld B., Mendelson J. Venture Deals: Be Smarter Than Your Lawyer and Venture Capitalist 3rd Edition, 2016. 304 p.
- Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: теория и практика : учебно-практическое пособие. Москва : Дело, 2001. 888 с.
- Damodaran A. Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset Hardcover – Wiley. Publ. 2012. 999 p.
- Недосекин А.О. Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами. *Аудит и финансовый анализ*. 2000. № 2. С. 3–59.
- Levin J. Information and the market of lemons. *The RAND Journal of Economics*. 2001. № 32(4). P. 657–666.

7. Цеслів О.В., Коломієць А.С. Оцінка інноваційної активності ІТ-підприємства. *Інформаційні технології та взаємодії* : матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції (20–21 листопада 2018 р.). С. 63–66.
8. Цеслів О.В., Козюра А.О. Побудова економіко-математичної моделі взаємодії засновника стартапу із інвестором. *Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія : Економічні науки*. 2018. Вип. 30(2). С. 160–162.

References:

1. Blank S., Dorf B.(2012) *The Startup Owner's Manual: The Step-By-Step Guide for Building a Great Company* (DIATEINO) Paperback, 608 p.
2. Feld B., Mendelson J. (2016) *Venture Deals: Be Smarter Than Your Lawyer and Venture Capitalist* 3rd Edition. 304 p.
3. Vilenskij P.L., Livshic V.N., Smolyak S.A. (2001) *Ocenka effektivnosti investicionnyh proektov* [Evaluation of the effectiveness of investment projects]. *Teoriya i praktika: ucheb.-prakt. posobie*. Moskva: Delo. (in Russian)
4. Damodaran A. (2012) *Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset* Hardcover – Wiley. Publ. 999 p.
5. Nedosekin A.O. (2000) *Primenenie teorii nechetkih mnozhestv k zadacham upravleniya finansami* [Application of fuzzy set theory to financial management problems]. *Audit i finansovyj analiz*, no. 2, pp. 3–59.
6. Levin J. (2001) Information and the market of lemons. *The RAND Journal of Economics*, no. 32(4), p. 657–666.
7. Cesliv O.V., Kolomiyecz A.S. (2018) *Ocinka innovacijnoyi akty'vnosti IT-pidpry'yemstva* [Evaluation of innovative activity of IT-enterprise]. *V Mizhnarodna naukovo-prakty'chna konferenciya Informacijni tehnologiyi ta vzayemodiyi* (Ukraine, Kyiv, November 20–21, 2018), pp. 63–66.
8. Cesliv O.V., Kozyura A.O. (2018) *Pobudova ekonomiko-matematy'chnoyi modeli vzayemodiyi zasnovny'ka startapu iz investorom* [Construction of economic and mathematical model of interaction of the founder of the startup with the investor]. *Naukovy'j visny'k Xersons'kogo derzhavnogo universytetu. Ser.: Ekonomichni nauky* [Scientific Bulletin of Kherson State University. Ser.: Economic sciences], no. 30(2), pp. 160–162.